

بالانس اتوماتیک ماشینهای دوار با استفاده از یک سیستم بالانس کننده انفعالی و تعیین محدوده‌های پایدار آن

مجید فولادی^۱، حمید بهلولی^۲، مرتضی ابراهیمی^۳

بخش مهندسی مکانیک - دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه شهید باهنر کرمان

E-mail: fooladi@mail.uk.ac.ir

چکیده

در این مقاله، با انتخاب یک روتور صفحه‌ای جفکات به عنوان ماشین دوار، معادلات حاکم بر حرکت روتور و پاسخ سیستم دوار به نابالانسی و خم استاتیکی موجود در آن (شامل دامنه و فاز پاسخ) استنتاج می‌شوند. در ادامه با بکارگیری یک بالانس رینگ و گلوله به عنوان اتوبالانسر انفعالی بر روی ماشین دوار، به استنتاج معادلات حرکت، تحلیل پایداری و بدست آوردن پاسخهای زمانی سیستم پرداخته می‌شود. تحلیل پایداری سیستم حول وضعیتهای تعادل آن برای اتوبالانسری با یک و دو گلوله، بر اساس معیار روت-هاویتز، انجام شده است. پاسخهای زمانی سیستم در جهت تأیید تحلیل پایداری انجام گرفته، ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی: بالانس اتوماتیک- روتور نابالانس- تحلیل پایداری- پاسخ زمانی

مقدمه

چرخش یکی از عمومی ترین حرکتهای در اکثر تجهیزات صنعتی می‌باشد و نابالانسی جرمی قسمتهای متحرک این تجهیزات یکی از مشکلات همیشگی و مهم آنها می‌باشد. نابالانسی ماشینهای دوار به دلایل مختلف از جمله سایش در اثر تماس مواد ساینده، ناهمگنی مواد تشکیل دهنده، چسبیدن برخی مواد مانند گرد و غبار، رسوب مواد، تغییرات حرارتی در روتور، عدم دقت به هنگام مونتاژ، تغییرات پروسه کاری و غیره بوجود می‌آید. توقف خطوط تولید در اثر نابالانسی این ماشینها، همواره مشکلات و خسارات سنگینی را بوجود آورده است. راه اندازی مجدد ماشین با انجام عملیات بالانس در محل، مستلزم صرف زمان و هزینه و برخی مشکلات فنی، نظیر نیاز به توقف راه‌اندازی پی در پی موتورها، می‌باشد.

در این مقاله، بالانس اتوماتیک ماشینهای دوار به عنوان

قرار گرفته است. سیستمهای بالانس کننده اتوماتیک قادرند یک ماشین دوار را در هنگام بروز نابالانسی، بصورت خودکار و بدون نیاز به متوقف کردن تجهیز، بالانس نمایند. این کار توسط جایجا شدن وزنه‌هایی که بطور دائمی به روی روتور نصب شده‌اند، صورت می‌گیرد. مهمترین مزیت این سیستمها عدم نیاز به متوقف کردن ماشین برای عملیات بالانس است. روشهای بالانس اتوماتیک (Automatic Balance) به دو دسته فعال (Active Direct) و انفعالی (Passive) تقسیم می‌گردند. سیستمهای فعال کنترل مستقیم ارتعاشات (Direct Active Vibration Control) یا DAVC و ابزارهای فعال جایجاکننده جرم (Active Mass Redistribution) (نمونه‌های رایجی هستند که از روشهای بالانس اتوماتیک فعال بهره می‌برند و هم اکنون در گستره وسیعی از تجهیزات دوار به کار می‌روند. بالانس کننده‌های اتوماتیک انفعالی به دو دسته، کلاسیک و غیرکلاسیک قابل تقسیم می‌باشند. بالانسهای انفعالی غیرکلاسیک زمینه‌های کاربردی زیادی ندارند و فقط اختراعاتی در مورد آن به ثبت رسیده است. از سیستمهای کلاسیک، بالانس رینگ و گلوله کاربرد صنعتی داشته و مورد توجه

۱- استادیار

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مکانیک

۳- دانشیار

جدید ترین راه حل برای بالانس این ماشینها مورد توجه

Rotor) به عنوان ماشین دوار و از یک بالانس رینگ و گلوله به عنوان اتوبالانس انفعالی بهره می‌برد.

بالانس انفعالی رینگ و گلوله

عبارت انفعالی در سیستمهای بالانس انفعالی بدین معناست که هیچگونه نیروی کنترل کننده خارجی برای حرکت جرمهای تصحیح کننده لازم نمی‌باشد. این عامل باعث شده که هیچگونه کنترلی در این سیستم نیاز نباشد. در شکل (۱) بالانس رینگ و گلوله به طور شماتیک نشان داده شده است. این بالانس بر روی یک روتور نابالانس (روتور جفکات) نصب می‌شود و از یک رینگ دایره‌ای تشکیل شده، که در داخل آن گلوله‌هایی قرار دارند. در فضای خالی بین گلوله‌ها در داخل رینگ یک مایع لزج وجود دارد. این مایع می‌تواند یکی از انواع روغنهای صنعتی باشد که لزجت (Viscosity) آن در عملکرد و پایداری سیستم بسیار مؤثر می‌باشد. تعداد و ابعاد گلوله‌ها و همچنین ابعاد رینگ به دامنه نابالانسی متغیر روتور بستگی دارد. حداکثر تعداد گلوله‌های یک بالانس تعدادی است که اگر تمام گلوله‌ها پهلوی یکدیگر قرار گیرند نصف رینگ بالانس را اشغال کنند.

اصول کار بالانس

چگونگی عملکرد این نوع بالانس اتوماتیک در شکل (۲) نشان داده شده است. نقطه O مرکز دوران روتور و نقطه C مرکز هندسی آن است. اگر فرض شود سیستم در مقایسه با ضریب استهلاک بحرانی دارای ضریب استهلاک کوچکی باشد، هنگامی که سرعت دورانی سیستم کمتر از فرکانس طبیعی‌اش باشد، طبق اصول ارتعاشات اختلاف فاز چندانی بین خطوط OC و CG وجود نخواهد داشت [۱]. جرم کوچک m_i بر روی رینگی که مرکز آن بر روی محور دوران قرار ندارد، در اثر نیروی گریز از مرکز به طرف نابالانسی حرکت می‌کند اگر در شکل (۲) الف) نیروی گریز از مرکز وارد بر گلوله (۱) به دو مؤلفه عمود (۲) و مماس بر رینگ (۳) تجزیه شود، بدلیل عدم انطباق نقاط O و C مؤلفه مماسی نیرو وجود داشته و جهت آن به گونه‌ای است که آن را به سمت نابالانسی هدایت می‌کند و نابالانسی روتور تشدید می‌شود. اما وقتی سرعت سیستم

محققین قرار گرفته است. اولین بالانس کننده اتوماتیک غیرفعال در سال ۱۹۰۴ توسط سلرس (Sellers) و کمپانی فلادلفیا (Co. of Philadelphia) پیشنهاد شد. این کمپانی یک سری آزمایشات بر روی یک توربین گازی آزمایشی که اتوبالانس مذکور روی آن نصب شده بود، انجام داد. بالانس پیشنهادی از سه دیسک نازک مختلف مرکز تشکیل شده بود. این بالانس بر روی شافت مرکزی توربین که دیسک اصلی روی آن قرار داشت، نصب می‌شد. به محض اینکه سیستم به سرعت کاری خود می‌رسید، دیسکها به تدریج جابجا می‌شدند تا اینکه به وضعیتی می‌رسیدند که دیسک اصلی توربین و متعلقاتش در شرایط بالانس قرار می‌گرفتند [۱]. در سال ۱۹۵۰، تیارل (Thearle) [۲] ابزاری را تشریح کرد که در آن یک یا دو گلوله و یا حلقه در یک شیار دارای استهلاک لزج (Viscous) واقع بر روی روتور، می‌توانستند آزادانه حرکت کنند. او نشان داد که روتورهای صفحه‌ای به وسیله این ابزار به طور اتوماتیک بالانس می‌شوند. این مسئله براساس خصوصیات دینامیکی سیستم امکان پذیر می‌باشد. ولی او به روشنی نتوانست دلایل علمی برای کار خود ارائه دهد. نوعی از یک سیستم رینگ و گلوله توسط الکساندر (Alexander) [۳] در سال ۱۹۶۴ مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت، ولی طرز کار سیستم به خوبی تشریح نشد. یک سال بعد کید (Kid) [۴] ملزومات یک سیستم رینگ و گلوله را تشریح کرد، اما به طور واضح پیش زمینه‌های تئوری سیستم را بیان نکرد. در سال ۱۹۹۶ لی و وان مورهم (Lee & Van Moorhem) [۵] بررسی‌هایی تئوری و آزمایشگاهی بر روی یک سیستم انفعالی انجام دادند. آنها به کمک نتایج عملی نشان دادند که یک سیستم رینگ و گلوله تنها نگ و گلوله تنها ک ماشین دوار را بالانس کند که سرعت ماشین بالاتر از سرعت بحرانی‌اش باشد. البته آنها توضیح ندادند که چرا یک بالانس چرا یک بالانس موارد که سرعت بالاتر از سرعت بحرانیست، نمی‌تواند عمل بالانس را انجام دهد.

در این مقاله به منظور استنتاج معادلات حرکت، تحلیل پایداری و بدست آوردن پاسخهای زمانی از سیستمی استفاده شده است که از یک روتور جفکات (Jeffcott)

شد. با بدست آوردن پاسخ برای هر کدام از مؤلفه‌های تحریک، پاسخ نهایی سیستم را می‌توانیم با جمع کردن پاسخها بصورت نهایی زیر بیان کنیم:

$$\left(\frac{r}{\varepsilon}\right) = \left(\frac{R}{\varepsilon}\right) e^{i(\omega t - \alpha)} \quad (2)$$

در رابطه (۲)، α بیانگر فاز پاسخ و (R/ε) بیانگر دامنه پاسخ سیستم می‌باشد.

درحالتی که $a_0 = 180^\circ$ می‌باشد، نابالانسی و خم روتور در مقابل هم قرار می‌گیرند و ملاحظه می‌شود وقتی که $\omega/\omega_n = \sqrt{r_0/\varepsilon}$ باشد، دامنه پاسخ سیستم برابر صفر خواهد شد. اصطلاحاً این سرعت را، سرعت خودبالانس سیستم (Self-Balancing Speed) می‌نامیم و بصورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)_S = \sqrt{R_0}, \quad R_0 = \frac{r_0}{\varepsilon} \quad (3)$$

مطابق رابطه (۳) با افزایش مقدار R_0 سرعت خودبالانس سیستم افزایش پیدا می‌کند. شکل‌های (۴) و (۵) به ترتیب تغییرات دامنه و فاز پاسخ سیستم را در این حالت خاص، یعنی $a_0 = 180^\circ$ ، بر حسب نسبت فرکانسی برای $R_0 = 0.5$ و گاهای مختلف، نشان می‌دهد.

در شکل (۶) طرح شماتیکی از روتور جفکات به همراه یک اتوبالانسر انفعالی از نوع رینگ و گلوله آورده شده است. فرض می‌کنیم این بالانسر از n گلوله همسان به جرم m شعاع a و ممان اینرسی جرمی I استفاده می‌کند. برای بدست آوردن معادلات حاکم بر سیستم از معادلات لاگرانژ که براساس مختصات تعمیم یافته $(r, \theta, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_i, \dots)$ بیان شده‌اند، استفاده شده است:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} + \frac{\partial V}{\partial q_k} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_k} = 0 \quad (4)$$

با جایگذاری مقادیر مربوط به انرژی جنبشی (T)، انرژی پتانسیل (V) و تابع اتلاف ریلی (F) در رابطه (۴)، معادلات غیر خطی حاکم بر سیستم بصورت زیر بدست می‌آیند:

$$(M + nm)(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) + cr + kr - mR \sum_{i=1}^n [\ddot{\phi}_i \sin(\phi_i + \omega t - \theta) + (\dot{\phi}_i + \omega)^2 \cos(\phi_i + \omega t - \theta)] = M\varepsilon\omega^2 \cos(\omega t - \theta) \quad (5)$$

بالاتر از سرعت بحرانی باشد، اختلاف فازی نزدیک به 180° درجه بین خطوط OC و CG ایجاد می‌گردد. بنابراین در شکل (۲-ب) مؤلفه مماسی نیروی گریز از مرکز در خلاف جهت قبلی خواهد بود و جرم m_i در جهت مقابل نابالانسی حرکت می‌کند. پس وقتی سرعت بالاتر از سرعت بحرانی باشد حرکت جرمهای تصحیح کننده باعث کاهش میزان نابالانسی می‌گردد و در نتیجه دامنه ارتعاشات کاهش می‌یابد. این حرکت جرم تا جایی ادامه می‌یابد که نابالانسی برطرف گردد.

معادله حرکت روتور

مدلی که برای روتور انتخاب شده، یک روتور صفحه‌ای جفکات با فرض وجود استهلاک در یاتاقانها می‌باشد. نیروهای خارجی وارد بر روتور از فنرها و مستهلک کننده‌های خطی با ضریب سختی k و ضریب استهلاک c اعمال می‌شوند. در مدل ارائه شده، روتور قادر به حرکت در صفحه XY می‌باشد. در این مدل، روتور بصورت دیسک صلبی به جرم M و شعاع R که بطور متقارن روی محور بدون جرمی قرار می‌گیرد و با سرعت زاویه‌ای ثابت ω می‌چرخد، فرض می‌شود. مرکز جرم دیسک (G) در فاصله ε از مرکز هندسی دیسک (C) واقع شده است و خط اتصال دهنده بیرینگها صفحه گذرنده از دیسک را در نقطه O قطع می‌کند. طرح شماتیکی از این روتور در شکل (۳) آورده شده است.

با فرض ثابت بودن سرعت دوران معادله حاکم بر چنین روتوری که دارای خم استاتیکی است، می‌تواند بصورت زیر نوشته شود:

$$M\ddot{r} + cr + kr = M\varepsilon\omega^2 e^{i\omega t} + kr_0 e^{i(\omega t + a_0)} \quad (1)$$

در معادله (۱)، r_0 خم استاتیکی موجود در روتور و a_0 موقعیت زاویه‌ای خم نسبت به نابالانسی جرمی روتور می‌باشد. در این معادله، دو مؤلفه تحریک برای روتور مذکور ملاحظه می‌شود اولی مربوط به نابالانسی ذاتی در روتور جفکات و دومی مربوط به خم بوجود آمده در روتور می‌باشد. هر دوی نابالانسی و خم روتور از نقطه مرجع مشابهی بر روی روتور اندازه‌گیری می‌شوند. کاملاً روشن است که با قرار دادن $r_0 = 0$ در رابطه مذکور، معادله روتور جفکات با فرض ثابت بودن سرعت دوران حاصل خواهد

$$\sum_{i=1}^n \sin(\phi_i^*) = 0 \quad (13)$$

وضعیت‌های تعادل سیستم در حالتی که $r^* \neq 0$ هر چند ممکن است شرایط پایداری برای سیستم فراهم نمایند ولی هیچگاه بالانس روتور را به دنبال ندارند.

ارتعاشات خطی سیستم حول نقاط تعادل

بعد از پیدا کردن نقاط تعادل سیستم، که از تحلیل استاتیکی آن حاصل شد در این قسمت به بررسی ارتعاشات خطی سیستم حول وضعیت‌های تعادل آن پرداخته می‌شود. به عبارت دیگر چنانچه بررسی ارتعاشات بسیار کوچک سیستم در نزدیکی این نقاط، مورد نظر باشد بایستی رابطه (۸) را حول نقطه \mathbf{X}^* خطی ساخت. برای بدست آوردن معادلات خطی از معادلات غیرخطی حرکت از روش پرتوربیشن (Perturbation method) استفاده شده است. در این روش ارتعاشات کوچک سیستم حول نقاط پایدار آن به کمک مؤلفه‌های اغتشاشی (Perturbed Coordinates) که بصورت زیر تعریف شده‌اند، بررسی شده است:

$$\Delta \mathbf{X} = \mathbf{X} - \mathbf{X}^* \quad (14)$$

به کمک این روش ارتعاشات خطی یک سیستم غیرخطی، حول نقاط تعادل آن بررسی می‌شود که در عمل کاربرد فراوانی دارد.

با بدست آوردن \mathbf{X} از رابطه (۱۴) و قرار دادن در رابطه (۸) و با توجه به اینکه \mathbf{X}^* معادله (۱۰) را ارضاء می‌کند، داریم:

$$\mathbf{A}(\mathbf{X}^* + \Delta \mathbf{X}) \Delta \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(\mathbf{X}^* + \Delta \mathbf{X}) - \mathbf{F}(\mathbf{X}^*) \quad (15)$$

با بسط دادن رابطه (۱۵) و صرفنظر کردن از اردهای مرتبه دوم و بالاتر $\Delta \mathbf{X}$ می‌توان معادلات خطی شده حرکت را در فرم برداری-ماتریسی زیر خلاصه کرد:

$$\mathbf{A}(\mathbf{X}^*) \Delta \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{B}^* \Delta \mathbf{X} \quad (16)$$

در رابطه (۱۶)، \mathbf{B}^* ماتریس مربعی از مرتبه $2n+4$ با مؤلفه‌های ثابت می‌باشد.

تحلیل پایداری سیستم

از رابطه (۱۶) در تحلیل پایداری سیستم در همسایگی وضعیت‌های تعادل استفاده شده است. برای این منظور

$$(M + nm)(r\ddot{\theta} - 2\dot{r}\dot{\theta}) + cr\dot{\theta} + mR \sum_{i=1}^n [\ddot{\phi}_i \cos(\phi_i + \omega t - \theta) - (\dot{\phi}_i + \omega)^2 \sin(\phi_i + \omega t - \theta)] = M\varepsilon \omega^2 \sin(\omega t - \theta) \quad (6)$$

$$(mR^2 + I)\ddot{\phi}_i + D\dot{\phi}_i - mR(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \sin(\phi_i + \omega t - \theta) + mR(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) \cos(\phi_i + \omega t - \theta) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

در معادله (۷)، D ضریبی در ارتباط با میرایی لزجی اعمال شونده از مایع لزج بر گلوله‌ها می‌باشد.

بیان معادلات سیستم در فضای حالت

برای پیدا کردن وضعیت‌های تعادل سیستم و تحلیل پایداری آن، ابتدا با جایگذاری ψ بجای θ به کمک رابطه $\psi = \omega t - \theta$ معادلات سیستم را به فرم مستقل (Autonomous) تبدیل می‌کنیم و سپس دستگاه معادلات حاصل را در فضای حالت به شکل زیر می‌نویسیم:

$$\mathbf{A}(\mathbf{X}) \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(\mathbf{X}) \quad (8)$$

بطوریکه

$$\mathbf{X} = \{r, \psi, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n, \dot{r}, \dot{\psi}, \dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \dots, \dot{\phi}_n\}^T$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$\mathbf{F} = \{F_r, F_\psi, F_{\phi_1}, F_{\phi_2}, \dots, F_{\phi_n}, F_{\dot{r}}, F_{\dot{\psi}}, F_{\dot{\phi}_1}, F_{\dot{\phi}_2}, \dots, F_{\dot{\phi}_n}\}^T$ که در آن (T) به مفهوم ترانپوز است، \mathbf{I} ماتریس مربعی واحد از مرتبه $n+2$ و \mathbf{M} نیز ماتریسی مربعی هم مرتبه با ماتریس واحد می‌باشد که عناصرش مقادیر ثابتی هستند. برای یافتن وضعیت‌های تعادل سیستم، همه مشتقات زمانی معادله (۸) را مساوی صفر قرار می‌دهیم. به عبارت دیگر با در نظر گرفتن $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{0}$ داریم:

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}^*) = \mathbf{0} \quad (10)$$

بطوریکه بردار \mathbf{X}^* وضعیت تعادل سیستم را نشان می‌دهد و بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{X}^* = \{r^*, \psi^*, \phi_1^*, \phi_2^*, \dots, \phi_n^*, \dot{r}^*, \dot{\psi}^*, \dot{\phi}_1^*, \dot{\phi}_2^*, \dots, \dot{\phi}_n^*\}^T \quad (11)$$

درحالتی که $r^* = 0$ وضعیت تعادل سیستم، بالانس روتور را به دنبال خواهد داشت که روابط زیر موقعیت گلوله‌ها را در این حالت مشخص می‌کنند:

$$\frac{\varepsilon}{R} + \frac{m}{M} \sum_{i=1}^n \cos(\phi_i^*) = 0 \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
 s_2 &= \bar{m} - 2(1+2\zeta\beta)(1+\bar{m}) - 4\zeta^2(1+\bar{a}^2) - \\
 &\quad 2\bar{\omega}^2(1+\bar{a}^2)(1+\bar{m})^2 + (\bar{m}\bar{\omega}^2 - 2\bar{a}^2)(1+\bar{m}) \\
 s_3 &= -(4\zeta\bar{\omega}^2 + 2\beta)(1+\bar{m}) - 4\zeta - 2(1+\bar{m})^2\bar{\omega}^2\beta - \\
 &\quad 4\zeta^2\beta - 4\bar{m}\zeta\bar{\omega}^2 - 4\zeta\bar{a}^2 - 4\zeta\bar{a}^2(1+\bar{m})\bar{\omega}^2 \quad (21) \\
 s_4 &= 2(1-2\zeta\beta)(1+\bar{m})\bar{\omega}^2 - 4\zeta\beta - \bar{m}(1+\bar{m})\bar{\omega}^4 - \\
 &\quad 2(3\bar{m} + 2\zeta^2)\bar{\omega}^2 - (1+\bar{a}^2)(1+\bar{m})^2\bar{\omega}^4 - \\
 &\quad (1+\bar{a}^2) + 2\bar{a}^2(1+\bar{m})\bar{\omega}^2 \\
 s_5 &= 2(1+\bar{m})\bar{\omega}^2\beta - (1+\bar{m})^2\bar{\omega}^4\beta - \\
 &\quad \beta - 4\zeta^2\bar{\omega}^2\beta - 6\zeta\bar{m}\bar{\omega}^4 \\
 s_6 &= \bar{m}\bar{\omega}^4 - \bar{m}(1+\bar{m})\bar{\omega}^6
 \end{aligned}$$

پارامترهای بی بعد که در تعیین ضرایب معادله مشخصه سیستم مورد استفاده قرار گرفته اند، عبارتند از:

$$\begin{aligned}
 \zeta &= \frac{c}{2\sqrt{Mk}}, \quad \bar{m} = \frac{m}{M}, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{R}, \quad \bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_n}, \\
 \beta &= \frac{D}{mR^2\omega_n}, \quad \bar{a} = \frac{a}{R}, \quad \gamma = \frac{\bar{m}}{\bar{\varepsilon}} \quad (22)
 \end{aligned}$$

برهمن اساس، معادله مشخصه سیستم برای اتوبالانسری با دو گلوله، متناظر با هر کدام از وضعیت های تعادل، بصورت یک چند جمله ای مشابه معادله (۲۰)، ولی از درجه هشت می باشد که به دلیل طولانی بودن ضرایب از آوردنشان صرف نظر شده است.

تحلیل پایداری سیستم بر اساس تغییرات هر جفت از پارامترهای بی بعد مانند $\bar{\omega}$ بر حسب ζ ، $\bar{\omega}$ بر حسب β و... در قالب نمودارهایی که محدوده های پایدار و ناپایدار برای کار بالانسر دینامیکی را مشخص می کند، صورت گرفته است.

تحلیل پایداری سیستم برای اتوبالانسری با یک گلوله بر اساس تغییرات $\bar{\omega}$ و \bar{m} در شرایطی که سایر پارامترهای بی بعد سیستم ثابت فرض شده اند، انجام شده، که در شکل (۷) نشان داده شده است. شکل (۸) تحلیل پایداری سیستم را، برای اتوبالانسری با دو گلوله بر اساس تغییرات $\bar{\omega}$ و β در شرایطی که سایر پارامترهای بی بعد سیستم ثابت فرض شده اند و از شعاع گلوله ها در مقایسه با شعاع روتور صرف نظر شده، نشان می دهد. به منظور تأیید درستی تحلیل پایداری انجام گرفته، پاسخهای زمانی معادلات غیرخطی حاکم بر سیستم محاسبه شده اند. این پاسخهای زمانی برای نقاطی از نواحی پایدار ($r^* = 0, r^* \neq 0$) و ناپایدار سیستم، نسبت به جابجایی شعاعی (r/R) و محل قرارگیری جرمهای بالانس کننده (ϕ_i) صورت گرفته

حلهای مودال بصورت (۱۷) در نظر می گیریم و با جایگذاری در رابطه خطی شده مذکور، معادله مشخصه سیستم را بدست می آوریم و با بحث بر روی جوابهای این معادله به تحلیل پایداری سیستم پرداخته می شود.

$$\Delta \mathbf{X} = \Delta \mathbf{R} e^{\lambda t} \quad (17)$$

در رابطه (۱۷)، λ مقدار ویژه و $\Delta \mathbf{R}$ بردار ویژه متناظر با آن می باشد.

با جایگذاری حلهای مودال در معادله خطی شده (۱۶) و با توجه به اینکه $e^{\lambda t}$ مخالف صفر می باشد، خواهیم داشت:

$$(\mathbf{B}^* - \lambda \mathbf{A}(\mathbf{X}^*)) \Delta \mathbf{R} = \mathbf{0} \quad (18)$$

در دستگاه معادلات (۱۸)، برای داشتن $\Delta \mathbf{R}$ غیر صفر، باید رابطه زیر برقرار باشد:

$$\det(\mathbf{B}^* - \lambda \mathbf{A}(\mathbf{X}^*)) = 0 \quad (19)$$

بسط معادله (۱۹)، به یک چند جمله ای بر حسب λ منجر خواهد شد که به معادله مشخصه یا معادله فرکانس، معروف است و به ریشه های آن مقادیر ویژه گفته می شود. بحث روی ریشه های این معادله ما را در تحلیل پایداری سیستم یاری خواهد کرد. سیستم زمانی پایدار است که قسمت حقیقی تمام ریشه های معادله مشخصه منفی باشد. معیار روت-هاویتز (Routh-Hurwitz) شرایط لازم و کافی برای اینکه ریشه های معادله مشخصه سیستم دارای قسمت حقیقی منفی باشند، فراهم می کند. متناظر با هر کدام از وضعیت های تعادل می توان معادله مشخصه سیستم را بدست آورد. معادله مشخصه سیستم برای اتوبالانسری با یک گلوله، بصورت یک چند جمله ای از درجه شش بر حسب λ می باشد که بصورت کلی زیر بیان می شود:

$$\begin{aligned}
 s_0 \left(\frac{\lambda}{\omega_n}\right)^6 + s_1 \left(\frac{\lambda}{\omega_n}\right)^5 + s_2 \left(\frac{\lambda}{\omega_n}\right)^4 + \\
 s_3 \left(\frac{\lambda}{\omega_n}\right)^3 + s_4 \left(\frac{\lambda}{\omega_n}\right)^2 + s_5 \left(\frac{\lambda}{\omega_n}\right) + s_6 = 0 \quad (20)
 \end{aligned}$$

که ω_n ، فرکانس طبیعی سیستم بدون اتوبالانسری می باشد و بصورت $\omega_n = \sqrt{k/M}$ تعریف می شود.

ضرایب بی بعد معادله (۲۰) برای وضعیتی از تعادل سیستم که بالانس روتور را به دنبال دارد ($r^* = 0$) بصورت زیر بدست آمده اند:

$$\begin{aligned}
 s_0 &= \bar{m}(1+\bar{m}) - (1+\bar{a}^2)(1+\bar{m})^2 \\
 s_1 &= 2\bar{m}\zeta - \beta(1+\bar{m})^2 - 4\zeta(1+\bar{a}^2)(1+\bar{m})
 \end{aligned}$$

– کار کردن اتوبالانس در محدوده‌های پایدار همیشه به معنی بالانس سیستم نمی‌باشد. نمونه بارز آن عملکرد اتوبالانس در زیر سرعت‌های بحرانی است که برخلاف تحلیل سیستم که شرایط پایداری برای کار اتوبالانس دینامیکی فراهم می‌کند، نتیجه کار بالانس سیستم نمی‌باشد. دلیل این عمل، قرار گرفتن جرمهای بالانس کننده در سمتی است که نابالانسی روتور هم در آنجا واقع است. این عامل باعث تشدید نابالانسی روتور و عدم بالانس آن می‌شود.

- تحلیل سیستم نشان میدهد که افزایش فاکتورهای اتلاف انرژی، ζ و β ، می‌تواند تأثیرات مثبتی در روند بالانس سیستم داشته باشد.

مراجع

1. Notes upon High-Speed Machinery, Railway Machinery, pp. 183 -184 , 1904 .
2. Thearle, E. L., Automatic Dynamic Balancers, Machine Design, Vol. 22 , pp. 119 -124 , 1950 .
3. Alexander, J. D., An Automatic Dynamic Balancer, Proceedings for the Second Southeastern Conference 2, pp. 415 -426 , 1964 .
4. Cade, J. W., Self-Compensating Balancing in Rotating Mechanisms, Design NEWS, pp. 234 -239 , 1965 .
5. Lee, J., V. Moohem, W. K., Analytical and Experimental Analysis of a Self-Compensating Dynamic Balancer in a Rotating Mechanism, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol . 118 , pp. 468 -475 , 1996 .
6. William T. Thomson, Theory of Vibration with Applications, 2nd Edition, Prentice Hall, 1981 .

جدول ۱- پارامترهای فیزیکی و شرایط اولیه سیستم

پارامترهای فیزیکی سیستم	$M = 1$ (kg)	$R = 0.1$ (m)	$k = 10000$ (N / m)
شرایط اولیه سیستم	$r(0) = 0$ $\dot{r}(0) = 0$	$\psi(0) = 0^\circ$ $\dot{\psi}(0) = 0^\circ$	$\phi_1(0) = 45^\circ, \dot{\phi}_1(0) = 0^\circ$ $\phi_2(0) = 90^\circ, \dot{\phi}_2(0) = 0^\circ$

است. جدول (۱) پارامترهای فیزیکی لازم سیستم و شرایط اولیه حاکم بر آن را در بدست آوردن این پاسخها ارائه می‌دهد.

شکل‌های (۹) و (۱۰) پاسخهای زمانی سیستم یک گلوله‌ای را تحت شرایطی که $\zeta = \beta = \bar{m} = \bar{a} = \bar{\varepsilon} = 0.01$ می‌باشند به ترتیب در سرعت‌های $\bar{\omega} = 0.7$ و $\bar{\omega} = 2$ نشان می‌دهند.

شکل (۱۱) پاسخهای زمانی را برای سیستم دو گلوله‌ای تحت شرایطی که $\bar{m} = \bar{\varepsilon} = 0.01$ و $\zeta = \beta = 0.03$ می‌باشند، برای سرعت $\bar{\omega} = 2.5$ نشان می‌دهد.

نتیجه‌گیری

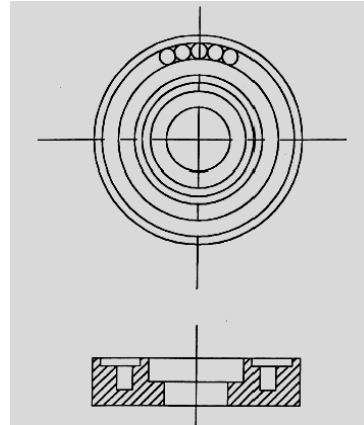
– پاسخ فازی سیستم در سرعت‌های مختلف دوران می‌تواند مشخص کننده وجود یا عدم وجود خم استاتیکی در روتور جفکات باشد. رسم نمودارهای مربوط به پاسخ فازی سیستم در حالت‌های مختلف، بهترین معیار برای تشخیص وجود این خم در روتور می‌باشد.

– در شرایطی که خم روتور درست در نقطه مقابل نابالانسی روتور واقع باشد، می‌توان حالتی از بالانس شدن را در رفتار روتور مشاهده کرد که در سرعت خاصی اتفاق می‌افتد. این سرعت که به سرعت خودبالانس روتور معروف است بسته به مقدار خم متفاوت می‌باشد. در این سرعت مقدار دامنه لنگ زنی روتور به صفر می‌رسد.

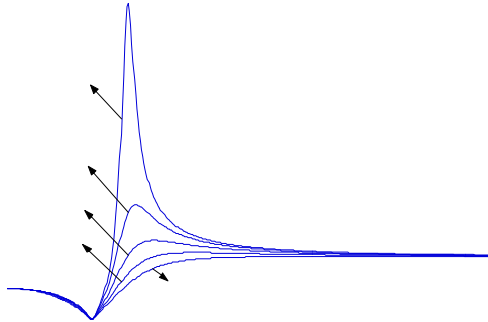
– استفاده از اتوبالانس انفعالی رینگ و گلوله برای بالانس روتورهای دوار که دارای نابالانسی جرمی می‌باشند، در شرایط خاصی توصیه می‌شود. بطور کلی این روتورها باید در سرعتی بالاتر از سرعت بحرانی خود کار کنند تا کاربرد اینگونه بالانسرها مفید واقع شود.

– بررسی نمودارهای بدست آمده از تحلیل پایداری نشان می‌دهد که سرعت‌هایی وجود دارد که بالاتر از سرعت بحرانی روتور می‌باشد ولی سیستم در شرایط بالانس نیست.

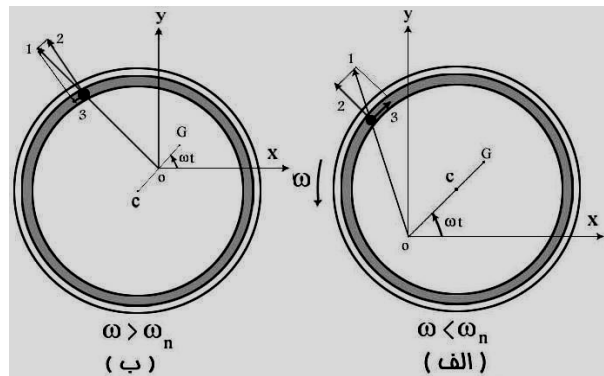
– یکی از شرایط لازم و ضروری برای کار کردن اتوبالانسی با n گلوله که شرایط بالانس سیستم را هم بدنبال داشته باشد این است که رابطه $\bar{m}/\bar{\varepsilon} \geq 1/n$ همواره برقرار باشد.



شکل ۱- بالانسر انفعالی از نوع رینگ و گلوله

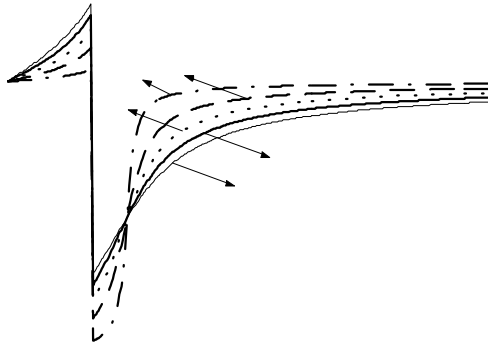


شکل ۴- تغییرات دامنه پاسخ سیستم بر حسب نسبت فرکانسی

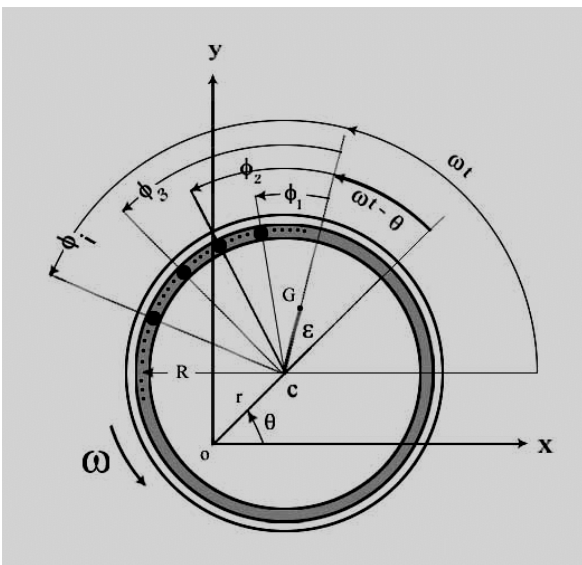


شکل ۲- نمایش حرکت جرم موجود بر روی رینگ

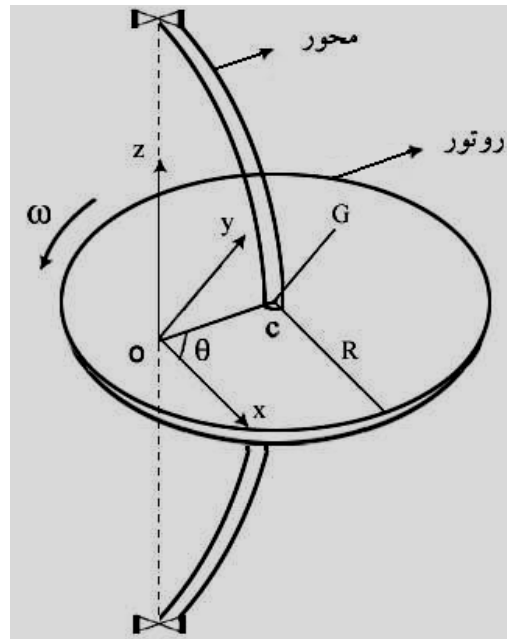
الف سرعت روتور پایین تر از فرکانس طبیعی سیستم به سرعت روتور بالاتر از فرکانس طبیعی سیستم



شکل ۵- تغییرات فاز پاسخ سیستم بر حسب نسبت فرکانسی



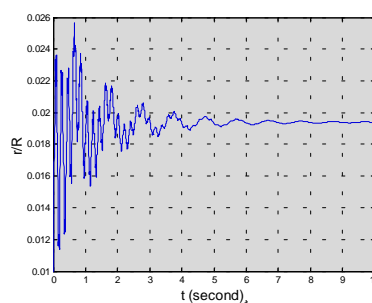
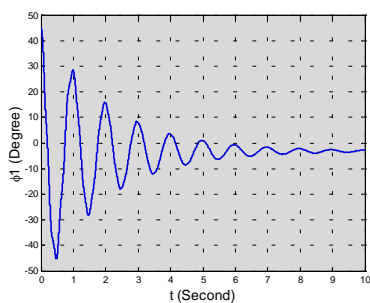
شکل ۶- روتور نابالانس به همراه بالانسر دینامیکی



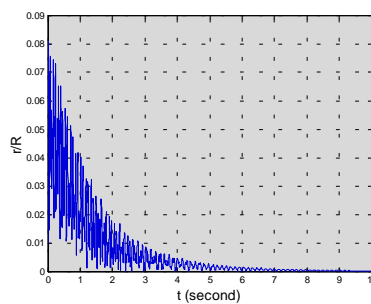
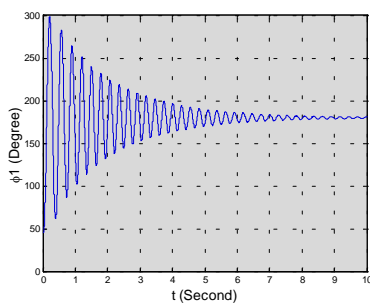
شکل ۳- شماتیک روتور جفکات

شکل ۸- تحلیل پایداری سیستم پریلس تغییرات $\bar{\omega}$ و β وقتی $\bar{m} = \bar{\varepsilon} = 0.01$

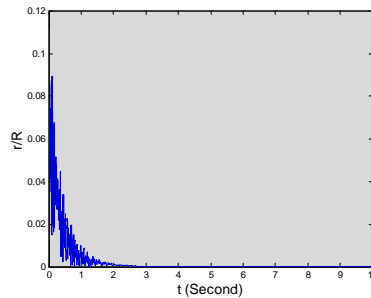
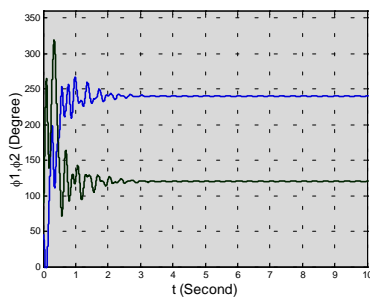
و $\zeta = 0.03$



شکل ۹- پاسخهای زمانی سیستم یک گلوله‌ای وقتی $\bar{\omega} = 0.7$ و $\zeta = \beta = \bar{m} = \bar{a} = \bar{\varepsilon} = 0.01$



شکل ۱۰- پاسخهای زمانی سیستم یک گلوله‌ای وقتی $\bar{\omega} = 2$ و $\zeta = \beta = \bar{m} = \bar{a} = \bar{\varepsilon} = 0.01$



شکل ۱۱- پاسخهای زمانی سیستم دو گلوله‌ای وقتی $\bar{\omega} = 2.5$ و $\bar{m} = \bar{\varepsilon} = 0.01$ و $\zeta = \beta = 0.03$

